DESCRIPTION ACOUSTIQUE DES RÉSOLUTIONS CADENTIELLES SUR LE TONNETZ

Manuel Gaulhiac
Sorbonne Université — IReMus, LAM
gamaievsky@gmail.com

RÉSUMÉ

Dans cet article nous présentons une interprétation acoustique des résolutions régulières de cadences tonales. Des modèles acoustiques décrivant les transitions harmoniques sont utilisés, avec prise en compte de la mémoire à court terme. Ces modèles sont motivés à la fois par des considérations perceptives et cognitives. L'emploi de spectres de Shepard harmoniques permet leur calcul sur les ensembles de hauteurs, sans considération relative au renversement ou à la disposition. Nous exploitons le Tonnetz comme espace de transitions potentielles, caractérisées par une « couleur harmonique ». Deux enchaînements d'accords sont étudiés : une cadence mineure et une cadence majeure avec suspension de la tierce. Les résultats permettent d'interpréter les résolutions régulières en matière d'optimisation des descripteurs. Ils mettent en avant la capacité de modèles acoustiques ou perceptifs à éclairer, faute de les justifier, des éléments de langage.

En conciliant approches acoustiques et approches formelles, ce travail enrichit la compréhension du phénomène harmonique et ouvre de riches perspectives en analyse musicale.

1. INTRODUCTION

1.1. Descriptions « de l'intérieur » et « de l'extérieur » de l'harmonie tonale

Les théories de l'harmonie tonale — théories des fonctions, théories génératives, analyse schenkérienne — sont des approches cognitives de l'harmonie décrivant les structures porteuses de signification musicale dans le langage tonal [18]. À cette description « de l'extérieur », on peut opposer une description « de l'intérieur » du phénomène harmonique, s'attachant à ce qui se situe en amont du traitement cognitif. Celle-ci peut être de nature arithmétique (théorie des coups au XVIIe siècle, degré de suavité d'Euler [9]), combinatoire (théorie néo-riemannienne [5], *Set Theory* [10], représentations sur le Tonnetz [1]), acoustique (représentations temps-fréquence, descripteurs audio) ou sensorielle (courbes de rugosité d'Helmholtz [14], modèles de perception). En contrepartie de leur aspect fondamental et de leur polyvalence, leur champ d'action n'étant en général pas cantonné au langage tonal, ces approches dites « de l'intérieur », en troquant le qualitatif contre le quantitatif, ne donnent pas accès aussi directement que les approches cognitives à ce qui relève de la signification musicale. Leur pertinence en musicologie tient à leur capacité de structurer le matériau musical, et ainsi éclairer, sous les angles tantôt arithmétiques, combinatoires, acoustiques ou sensoriels, des éléments de langage ou d'écriture.

1.2. Nouveautés de l'approche

Dans ce travail, nous adoptons une approche acoustique et perceptive pour éclairer les résolutions régulières des cadences tonales. Par « régulières », nous désignons les résolutions attendues, dans le langage tonal.

Par rapport aux applications usuelles des descripteurs audio et des modèles de perception en musicologie, la méthodologie développée innove par trois points, qui ont en commun de venir combler les disparités de ces approches avec les théories de l'harmonie tonale.

Le premier point concerne les aspects statiques et dynamiques de l'harmonie, les premiers s'attachant aux accords eux-même, figés et isolés, les seconds aux transitions, progressions et transformations, en mouvement. Les notions de conduite des voix, de résolution ou de modulation sont des notions dynamiques, centrales dans la musique tonale. Aussi, plusieurs théories tonales sont-elles fondées sur les transitions : la théorie néo-riemannienne [5], les théories transformationnelles d'Arnold Schoenberg [26] et Yizhak Sadaï [25], ou la théorie des vecteurs harmoniques de Nicolas Meeùs [19]. La plupart des descripteurs audio, en revanche, associent des valeurs numériques ou des représentations à des objets statiques, accords ou fragments contenus dans une fenêtre d'analyse. De même, du côté de la perception de l'harmonie, la grande majorité des modèles décrivent des objets statiques. La question de la consonance et de la dissonance des accords isolés, notamment, est très actuelle [13, 11], et donne lieu à de nombreuses expériences perceptives. Les modèles perceptifs décrivant les transitions sont rares. On peut citer les modèles d'affinité [20] (propension de deux accords à bien s'enchaîner), ou encore de tension de transition [2]. Ces modèles, cependant, restent pour la plupart ignorés des musicologues.

Le deuxième point concerne la prise en compte du contexte harmonique. Dans la théorie tonale, la fonction tonale d'un accord est déterminée par sa relation aux accords environnants, c'est-à-dire à son contexte [18]. Dans la perception des accords, le contexte agit notamment par la mémoire

à court terme [24]. Cependant, peu de modèles effectifs intègrent la mémoire à court terme. On peut citer Jensen [16], qui développe un modèle prenant en compte l'influence du contexte harmonique dans la dissonance perceptive, où la mémoire dépend à la fois du facteur temporel et du nombre d'évènements emmagasinés.

Le troisième point concerne la considération les classes d'accords, que nous prenons ici en compte. Précisons le vocabulaire employé dans la suite. Le terme « hauteur » désigne dans ce travail une note modulo l'octave, appelée *pitch-class* en anglais, et parfois « hauteur nominale » en français. De là, « *do* majeur », « *mi* mineur » ou « *ré* diminué » ne désignent pas à proprement parler des accords, mais des classes d'accords, en l'occurrence des ensembles de hauteurs. Même si elle ne le fait pas systématiquement, la théorie tonale traite parfois les ensembles de hauteurs, sans considérations relatives au renversement, aux doublures, au registre, à la disposition. Kuusi [17], dans une étude visant à déterminer les rôles respectifs des classes d'accords et de leurs réalisations dans la perception des accords, montre que certaines propriétés de classe influencent la perception. Parmi elles figurent la consonance de classe [15], l'un des rares modèles perceptifs traitant les classes d'accords. De manière générale, le renversement et la disposition influencent la perception, et les modèles de perception, de même que les descripteurs audio, en dépendent.

Pour combler ces disparités entre les approches acoustiques et perceptives de l'harmonie d'une part, et les théories tonales de l'autre, nous développons des modèles décrivant les transitions harmoniques entre ensembles de hauteurs, en prenant en compte la mémoire à court terme. Nous regroupons ces modèles sous la terme de « descripteurs harmoniques dynamiques », en tant que modèles adaptés à l'usage musicologique, afin de les distinguer des modèles acoustiques ou des modèles de perception développés à d'autres fins.

Dans la partie 2 sont introduits les modèles décrivant les transitions ainsi qu'un modèle de mémoire à court terme. La partie 3 est consacrée aux calcul des modèles sur les ensembles de hauteurs via l'usage des spectres de Shepard. La visualisation des transitions potentielles sur le Tonnetz est présentée en partie 4, en même temps que le logiciel de visualisation. La dernière partie, quant à elle, traite de la caractérisation des résolutions régulières de cadences par les modèles considérés.

2. DESCRIPTEURS HARMONIQUES DYNAMIQUES À MÉMOIRE

Les descripteurs développés décrivent les interactions spectrales entre accords successifs dans une transition harmonique. Ils prennent en entrée des spectres en amplitude associés à chacun des accords. Ces spectres peuvent être issus d'une analyse de l'audio [1], ou être « dessinés » à partir de modèles de spectre. Nous introduisons d'abord les descripteurs dans le cas d'une transition entre deux accords, puis proposons une prise en compte de la mémoire à court terme pour traiter les enchaînements de plus de deux accords.

2.1. Descripteurs harmoniques dynamiques

Un son périodique est décomposable en une somme de vibrations sinusoïdales appelés partiels. Motivés par la phrase de Dahlhaus « *L'harmonie signifie la concordance de ce qui est distinct ou opposé* [2] », nous distinguons trois modes d'interaction : l'identité, la distinction et l'opposition. Cette dernière revêt une dimension discursive, que n'a pas nécessairement les deux autres. Dans le cas de partiels simultanés, ces trois comportements sont explicitables via le phénomène de battements. Quand deux partiels simultanés sont confondus ou très proches, on a l'impression qu'il n'y a qu'un partiel, c'est l'identité. Quand ils sont suffisamment éloignés, ils n'interagissent pas : c'est la distinction. Enfin, quand ils sont suffisamment proches pour interagir, ils créent des battements, qui, quand ils deviennent trop rapides, créent une sensation appelée rugosité : c'est l'opposition. Nous calquons tel quel ce raisonnement au cas de partiels successifs, et le généralisons aux sons avec des spectres complexes, pour aboutir à trois descripteurs harmoniques dynamiques présentés ci-dessous.

2.1.1. Concordance différentielle

La concordance différentielle mesure la similarité spectrale. Elle quantifie la partie spectrale constante dans la transition.

La concordance différentielle $\mathcal{C}_{diff}(t, t+1)$ de la transition entre deux accords successifs aux temps t et $t+1$ est obtenue en prenant le produit scalaire des spectres en amplitude X_t et X_{t+1} des deux accords :

$$\begin{aligned} \mathcal{C}_{diff}(t, t+1) &= \langle X_t, X_{t+1} \rangle \\ &= \sum_k X_{k,t} X_{k,t+1}, \end{aligned} \tag{1}$$

où k parcourt toutes les bandes de fréquence, et $X_{k,t}$ désigne la composante sur la bande de fréquence k du spectre en amplitude X_t, dans le cas d'un spectre obtenu par analyse spectrale. Lorsque le spectre en entrée est continu, ce qui sera le cas dans ce travail, la somme est une intégrale.

La concordance différentielle tire son origine dans les modèles perceptifs de l'affinité, c'est-à-dire du degré de bon enchaînement de deux accords. Les premiers modèles d'affinité sont plus complexes, prenant en compte les similarités entre les hauteurs virtuelles [29, 21]. Ce n'est que récemment, chez Milne, qu'ils ont été simplifiés aux similarités entre composantes spectrales réelles [20]. L'affinité de Milne est identique, dans son calcul, à la concordance différentielle.

Le terme de « concordance différentielle » est introduit par Chouvel [3]. Ici, cette notion n'est pas considérée ni utilisée comme modèle perceptif, mais comme mo-

1 . Via des algorithmes comme la transformée de Fourier à court terme ou la transformée de Fourier à facteur Q constant.

2 . Dahlhaus, *La tonalité harmonique : étude des origines* [7].

dèle physique et théorique servant à l'analyse musicale. Chouvel l'interprète par analogie physique comme l'énergie transférée d'un état à l'autre du système.

2.1.2. Changement harmonique

Le changement harmonique quantifie les différences spectrales entre les verticalités d'un enchaînement. Il correspond à la somme sur toutes les bandes de fréquences des valeurs absolues des différences des composantes spectrales.

Le changement harmonique $\mathcal{D}(t, t+1)$ de la transition entre deux accords successifs aux temps t et $t+1$ est obtenu en prenant la distance $\mathcal{L}_1$ des spectres en amplitude X_t et X_{t+1} des deux accords :

$$\begin{aligned}\mathcal{D}(t, t+1) &= \|X_{t+1} - X_t\|_1 \\ &= \sum_k |X_{k,t+1} - X_{k,t}|.\end{aligned} \tag{2}$$

Le changement harmonique est largement utilisé dans les techniques de détection d'*onsets* [12]. Chouvel a introduit, dans une visée musicologique, la transformée de Fourier différentielle [4], représentation spectro-temporelle des variations spectrales. L'absence de valeur absolue lui permet de distinguer sur chaque bande de fréquence les nouveautés des pertes spectrales, qu'il interprète en termes d'énergie entrante et énergie sortante, par analogie avec les systèmes physiques. Ici, le changement harmonique diffère de la résultante de la transformée de Fourier différentielle par le fait que les gains et les pertes ne sont pas distingués.

2.1.3. Rugosité différentielle

La rugosité différentielle quantifie, dans une transition, les partiels successifs suffisamment proches pour créer de la rugosité s'ils étaient entendus simultanément.

Plomp et Levelt [23] ont montré que la rugosité de deux sons simples dépend non seulement de l'intervalle qu'ils forment, mais également du registre, une quinte dans le registre grave ayant plus de rugosité que dans le registre médium. Cette dépendance met en jeu la notion de bande critique. Plus précisément, l'intervalle de rugosité maximale entre deux sons simples, le premier fixé, correspond à un quart de la largeur de bande critique.

Nous utilisons un modèle de rugosité inspiré de Sethares [27]. La rugosité $\mathcal{R}(\alpha_1, \alpha_2, f_1, f_2)$ de deux sons simples de fréquences f_1 et f_2 et d'amplitudes respectives α_1 et α_2, avec $f_1 \leq f_2$, s'exprime sous la forme :

$$\begin{aligned}\mathcal{R}(\alpha_1, \alpha_2, f_1, f_2) = \alpha_1\alpha_2 \Big(& e^{-b_1(f_1-f_2)s(f_1)} \\ & - e^{-b_2(f_1-f_2)s(f_1)} \Big),\end{aligned} \tag{3}$$

avec

$$s(f_1) = \frac{x^*}{s_1 f_1 + s_2}. \tag{4}$$

Les constantes b_1 et b_2 contrôlent la forme de la courbe de rugosité (emplacement du maximum de rugosité et décroissance après le maximum), tandis que s_1 et s_2 décrivent la variation de la bande critique en fonction de la fréquence inférieure. On fixe $b_1 = 3.5$, $b_2 = 5.75$, $s_1 = 0.021$ et $s_2 = 19$. L'emplacement du maximum de rugosité en proportion de bande critique est indiqué par $x^* = 0.24$.

De là, la rugosité différentielle $\mathcal{R}_{diff}(t, t+1)$ de la transition entre deux accords successifs aux temps t et $t+1$ est obtenue en sommant la rugosité de toutes les combinaisons de couples de partiels consécutifs :

$$\mathcal{R}_{diff}(t, t+1) = \sum_{k,l} \mathcal{R}(X_{k,t}, X_{l,t+1}, f_k, f_l), \tag{5}$$

où k et l parcourent indépendamment l'axe fréquentiel.

Du point de vue perceptif, la rugosité différentielle ne doit pas être associée à la valence négative comme l'est la rugosité statique, de laquelle elle est foncièrement différente. En effet, lorsque les partiels s'enchaînent, ils ne créent pas les battements qui sont à l'origine de la sensation de rugosité dans le cas statique [3]. L'intervalle de demi-ton *si* 4 - *do* 5, joué simultanément avec des sons simples, crée la sensation désagréable de rugosité, alors que joué successivement il forme un mouvement conjoint. La musique tonale fait d'ailleurs un usage important des mouvements conjoints dans ce registre.

2.2. Modélisation de la mémoire à court terme

Les trois descripteurs dynamiques présentés précédemment sont symétriques temporellement, c'est-à-dire qu'ils sont invariables par inversion des accords d'une transition. Dans un enchaînement de plus de deux accords, la prise en compte de la mémoire à court terme vient rompre cette symétrie.

Le modèle proposé ici est inspiré du modèle de Jensen [16], et le simplifie. La dépendance de la mémoire à la durée est en effet retirée. Ce choix est dû à la dimension hors temps des enchaînements cadentiels à l'étude dans ce travail, qui n'ont ni durée ni temps forts. Le modèle peut être adapté, cependant, pour tenir compte des structures rythmiques et métriques.

Dans un enchaînement d'accords, on associe à chaque accord son spectre de contexte, lequel est calculé par une moyenne pondérée des spectres des verticalités précédentes. Cette moyenne est réalisée sur chaque plage de fréquence du spectre, et dépend de deux paramètres : le nombre maximal d'accords présents dans la mémoire (taille de la mémoire), ainsi que le coefficient de décroissance pour la pondération, ou coefficient d'oubli, qui fait qu'un accord est d'autant plus présent dans la mémoire qu'il est récent. D'un point de vue cognitif, le spectre de contexte au temps t réunit la mémoire des accords précédents et l'accord réellement entendu au temps t.

Le spectre de contexte X_t^{ctx} au temps t s'exprime sous

3 . Du moins si l'on admet que les sons se succèdent strictement sans se chevaucher (pas de réverbération ou d'écho).

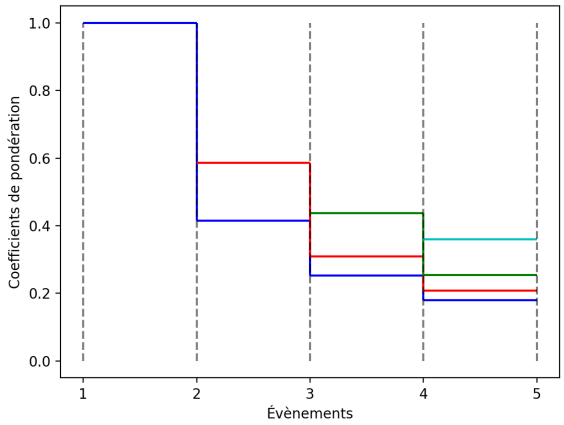

Figure 1. Profil des coefficients de pondération des accords d'un enchaînement dans le calcul du spectre de contexte, d'après l'équation (6).Coefficient de décroissance : 1/2, longueur mémoire : 4. La somme des coefficients sur chaque verticalité est égale à 1.

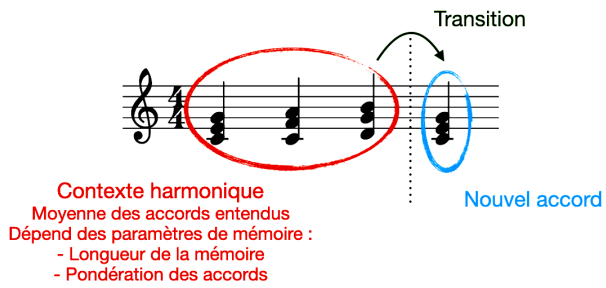

Figure 2. Prise en compte du modèle de mémoire à court terme dans le calcul des descripteurs harmoniques dynamiques, sur un exemple de résolution cadentielle.

la forme :

$$X_t^{\text{ctx}} = \frac{X_t + \frac{X_{t-1}}{2^d} + \ldots + \frac{X_{t-l+1}}{l^d}}{1 + 1/2^d + \ldots + 1/l^d}, \qquad (6)$$

où X_t désigne le spectre de l'accord au temps t, d le coefficient d'oubli, et l la longueur de la mémoire, ou le numéro de l'accord dans l'enchaînement, s'il est inférieur à la longueur de la mémoire.

La figure 1 représente le profil des coefficients de pondération des verticalités dans une séquence d'évènements, avec $l = 4$ et $d = 1/2$.

Lors d'une transition entre des accords successifs aux temps t et $t+1$, les descripteurs harmoniques dynamiques sont calculés entre le spectre de contexte au temps t et le spectre de l'accord au temps $t + 1$, comme montré sur la figure 2.

Dans la suite, nous fixons $d = 1/2$, et la longueur de la mémoire est systématiquement supérieure au nombre d'accords, de manière à ce que tous les accords joués dans l'enchaînement soient pris compte dans la mémoire lors de la résolution.

3. CALCUL SUR LES CLASSES DE HAUTEURS

La visualisation des descripteurs dynamiques sur le Tonnetz n'a de sens que s'ils sont capables de décrire les transitions entre ensembles de hauteurs. Une difficulté apparaît, car les descripteurs sont sensibles au renversement, au registre, et plus généralement à la disposition des accords. Une solution consiste à partir non pas de sons réels, mais de spectres *ad-hoc* associés non plus à une fréquence fondamentale, mais à une hauteur fondamentale. Nous utilisons à cette fin les spectres de Shepard.

3.1. Sons de Shepard

Les spectres de Shepard sont construits en démultipliant les partiels d'un spectre harmonique sur toutes les octaves du spectre, avec une enveloppe gaussienne pour assurer la décroissance des amplitudes aux extrémités du spectre. Ils sont associés aux hauteurs, et non plus aux notes fondamentales. Les sons de Shepard, synthétisés à partir des spectre éponymes, remettent en question la linéarité de la perception de la dimension grave-aigu pour mettre en avant la sensibilité à la hauteur.

Les sons de Shepard ont été introduits en 1964 par Shepard [28], puis utilisés par le compositeur Jean-Claude Risset pour créer des paradoxes de hauteur avec des sons qui n'en finissent pas de monter, en *glissando* infini, comme dans la pièce *Mutations* de 1969. Parncutt [22] introduit des accords à partir de sons de Shepard, et étudie la perception de l'harmonie formée de ces sons. Deutsch [8] les généralise à des séries harmoniques, avec plusieurs hauteurs de partiels. Récemment, les recherches convoquant les sons de Shepard se concentrent sur un aspect particulier de leur perception : l'ambiguïté liée à l'enchaînement de deux sons de Shepard séparés par la classe d'intervalle du triton, tantôt perçu comme ascendant, tantôt comme descendant.

3.2. Spectres de Shepard en gaussiennes

3.2.1. Largeur spectrale des partiels

Les descripteurs harmoniques dynamiques considérés dans ce travail étant des descripteurs spectraux, il est plus direct de les calculer directement sur les spectres de Shepard plutôt que sur des sons synthétisés à partir de ces spectres. C'est pourquoi nous partons directement des spectres. Cependant, le modèle des spectres de Shepard en pics ne saurait être satisfaisant. En effet, avec un tel modèle, seule la coïncidence exacte des partiels successifs d'une transition contribuerait à la concordance différentielle, qui serait nulle autrement. Or, les coïncidences non triviales de partiels ne peuvent se produire qu'avec des intervalles justes. Cependant, la périodicité du Tonnetz tel que nous l'adoptons dans la suite nécessite de travailler en tempérament égal. Pour résoudre ce problème, nous proposons de donner une largeur spectrale aux partiels.

Chaque pic est remplacé par une gaussienne, de même écart-type σ sur l'axe logarithmique des fréquences pour

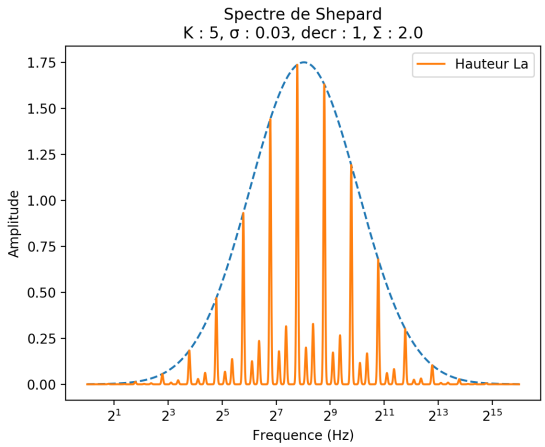

Figure 3. Spectre de Shepard en gaussiennes d'un *la* (diapason à 440 Hz), avec 5 partiels, une décroissance des partiels en $1/k$, une largeur des partiels $\sigma = 0.03$ et $\Sigma = 2$ octaves.

tous les pics. La modélisation des partiels par des gaussiennes est déjà présente chez Milne [20], qui la justifie par l'aspect probabiliste de la perception des hauteurs. Dans cette interprétation, le spectre n'est pas une représentation purement acoustique, mais acquiert une dimension perceptive.

3.2.2. Implémentation des spectres

Pour passer des amplitudes des partiels du spectre harmonique réel aux amplitudes relatives des partiels du spectre de Shepard, nous commençons par associer un coefficient à chaque hauteur présente dans la série des partiels en sommant les amplitudes des partiels correspondants.

Prenons l'exemple du spectre d'un *la* 3, avec 5 partiels et une décroissance des partiels en $1/k$, où k est le numéro du partiel. On dira que le coefficient de décroissance est égal à 1. De manière générale, si le facteur de décroissance est égal à δ, l'amplitude du k^e partiel est $1/k^\delta$. Les 5 partiels *la* 3, *la* 4, *mi* 4, *la* 5 et *do*♯ 6 ont respectivement pour amplitudes 1, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$ et $\frac{1}{5}$. Le spectre de Shepard associé de la hauteur *la* est composé des hauteurs *la*, *mi* et *do*♯, affublées respectivement des coefficients $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{7}{4}$, $\frac{1}{3}$ et $\frac{1}{5}$.

Les spectres utilisés s'étendent sur 16 octaves, avec une enveloppe spectrale sous forme de gaussienne centrée sur *do* 4, et un écart-type Σ ajustable, compté en octaves. Σ est fixé dans ce travail à deux octaves. Les partiels sont démultipliés sur toutes les octaves, avec une amplitude correspondant au coefficient relatif de leur hauteur multipliée par l'enveloppe. Le nombre de partiels, la largeur des partiels σ et le facteur de décroissance sont paramétrables. La figure 3 montre le spectre de Shepard associé à la hauteur *la*, avec 5 partiels, un facteur de décroissance de 1, une largeur des partiels $\sigma = 0.03$ et $\Sigma = 2$ octaves.

	Uniss.	2de m	2de M	3^{ce} m	3^{ce} M	4te	5te dim
Chang.	0	100	92	97	93	75	97
Conc. diff.	100	0	9	2	6	33	1
Rug. diff.	0	100	84	86	75	58	84

Table 1. Valeurs des descripteurs dynamiques sur les classes d'intervalles successifs dans l'échelle chromatique tempérée. Paramètres de spectre : 11 partiels, décroissance en $1/\sqrt{k}$. Valeurs normalisées linéairement entre 0 et 100.

3.3. Enchaînements de hauteurs

Avant de calculer les descripteurs dynamiques sur les enchaînements de triades, examinons le cas des enchaînements mélodiques entre deux hauteurs successives. Étant donné la périodicité des hauteurs, les descripteurs sont constants sur un intervalle et son complémentaire (ie. l'intervalle à ajouter pour atteindre l'octave). L'enveloppe en cloche du spectre a pour effet de rendre ces valeurs indépendantes de la hauteur de départ, ce qui permet de les associer aux classes d'intervalles [10]. Le tableau 1 montre les valeurs des descripteurs sur les sept classes d'intervalles dans l'échelle chromatique tempérée, sans prise en compte de la mémoire. Les spectres considérés comprennent 11 partiels, avec un facteur de décroissance de $1/2$ et une largeur $\sigma = 0.005$. Ces paramètres, gardés par la suite, sont en partie arbitraires. Leur effet sera discuté plus bas. Les valeurs ont été normalisées linéairement de 0 à 100.

La classe de l'unisson maximise la concordance différentielle, celle de la seconde mineure le changement harmonique et la rugosité différentielle. On observe que le changement harmonique et la concordance différentielle sont en partie redondants car suivent des évolutions opposées.

4. VISUALISATION DES TRANSITIONS SUR LE TONNETZ

Le Tonnetz est un réseau de hauteurs organisées selon trois axes, chacun étant rattaché à un intervalle. Il a été introduit par Euler en 1739 dans son *Tentamen novae theoriae musicae* [9]. Dans sa forme originelle, les cellules fondamentales correspondent aux accords majeurs et mineurs, ce qui le rend particulièrement adapté à la musique tonale. Plusieurs géométries de Tonnetz existent, qui mettent en avant différents types d'ensembles de hauteurs [1]. Étudiant dans ce travail des cadences tonales, nous nous restreignons à la géométrie classique, où les axes sont les suivants : axes des quintes (ou quartes), des tierces majeures et des tierces mineures.

Pensé à l'origine pour illustrer des questions liées à l'intonation juste, le Tonnetz est maintenant principalement employé avec le tempérament égal, ce qui le rend périodique, et permet des représentations toroïdales.

Le Tonnetz est particulièrement adapté à l'étude des transitions harmoniques. Notamment, les trois enchaînements élémentaires entre accords parfaits de la théorie néo-

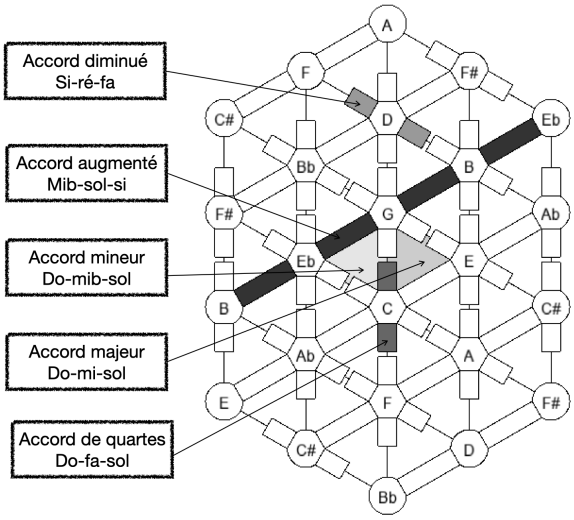

Figure 4. Tonnetz augmenté : exploitation des arêtes du Tonnetz standard pour figurer les accords diminués, les accords augmentés et les accords de quartes superposées

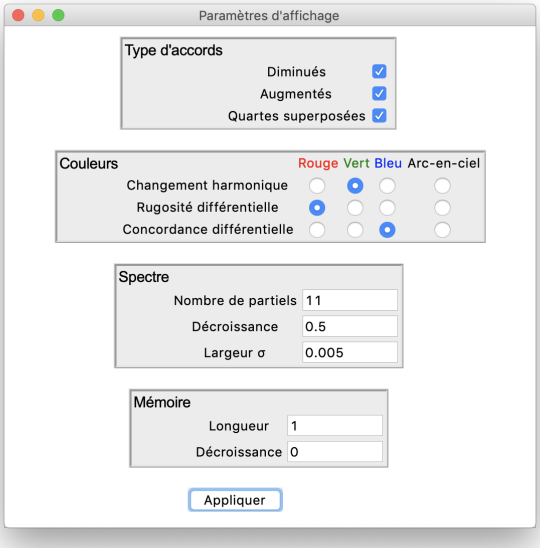

Figure 5. Interface du logiciel de coloration du Tonnetz par les descripteurs harmoniques dynamiques.

riemannienne correspondent sur le Tonnetz aux trois mouvements élémentaires entre cellules adjacentes [5]. Nous utilisons dans la suite le Tonnetz comme espace de transitions potentielles au sein d'un enchaînement harmonique.

4.1. Exploitation des arêtes

Nous introduisons une version étendue à peu de frais du Tonnetz, qui permet de représenter d'autres ensembles de hauteurs que les accords majeurs et mineurs. L'idée est d'épaissir les arêtes de manière à ce qu'elles figurent des triades.

À partir du Tonnetz standard, cette version augmentée, présentée figure 4, donne accès aux accords diminués, augmentés, et accords de quartes superposées. Les premiers sont représentés par les segments partant de la hauteur médiane dans la direction des tierces mineures, les accords augmentés par les grandes diagonales sur l'axe des tierces majeures, et les derniers par les segments partant de chaque hauteur dans la direction verticale des quintes.

4.2. Implémentation du logiciel

Nous avons développé en Python un logiciel de visualisation des descripteurs harmoniques dynamiques sur les enchaînements harmoniques par coloration du Tonnetz augmenté. Les librairies *Music21* [4] [6] et *Processing* [5] ont été utilisées.

Le principe est le suivant : à partir du Tonnetz augmenté non colorié, comme sur la figure 4, on commence par cliquer sur un ensemble de hauteurs parmi les accords majeurs, mineurs, diminués, augmentés ou de quarte superposées, qui devient le premier accord de l'enchaînement. Une portée s'affiche alors au-dessus du Tonnetz, servant à garder la mémoire des accords joués. Dans le même temps, tous les accords du Tonnetz se colorent. La couleur correspond, via une assignation préalable des descripteurs harmoniques dynamiques à un code couleur, aux valeurs des descripteurs sur la transition potentielle entre les accords présents sur la partition, en l'occurrence le premier accord, et l'accord colorié. Les valeurs de chaque descripteur sont normalisées linéairement de 0 à 100 sur l'ensemble des transitions potentielles vers les accords du Tonnetz. Lorsqu'on clique sur un deuxième accord, la portée s'actualise, et les couleurs décrivent alors la transition entre les deux premiers accords et le prochain accord potentiel. Les accords de l'enchaînement sont ainsi rentrés un à un. Sans prise en compte de la mémoire (longueur de mémoire 1), la coloration est déterminée seulement par le dernier accord de la portée. En revanche, avec prise en compte de la mémoire, la coloration est déterminée également par les accords précédents. Un passage de la souris sur les accords affiche dans le terminal les valeurs numériques des descripteurs.

Une interface, présentée figure 5, permet de contrôler les types d'accords affichés, les paramètres de spectre, de mémoire, ainsi que l'assignation des descripteurs aux couleurs. Les descripteurs peuvent être assignés simultanément aux trois composantes du codage RVB (Rouge-Vert-Bleu). Le mode « arc-en-ciel », quant à lui, assigne un unique descripteur à un dégradé couvrant tout le spectre des couleurs du bleu foncé jusqu'au rouge. Nous fixons dans la suite les paramètres de spectre et l'assignation des couleurs de la figure 5. Les spectres considérés ont 11 partiels, une décroissance des partiels en $1/\sqrt{k}$, et une largeur de partiels $\sigma = 0.005$. Le changement harmonique est associé au vert, la rugosité différentielle au rouge, et la concordance différentielle au bleu.

4 . Disponible à l'adresse `https://web.mit.edu/music21/`.
5 . Disponible à l'adresse `https://github.com/p5py/p5`.

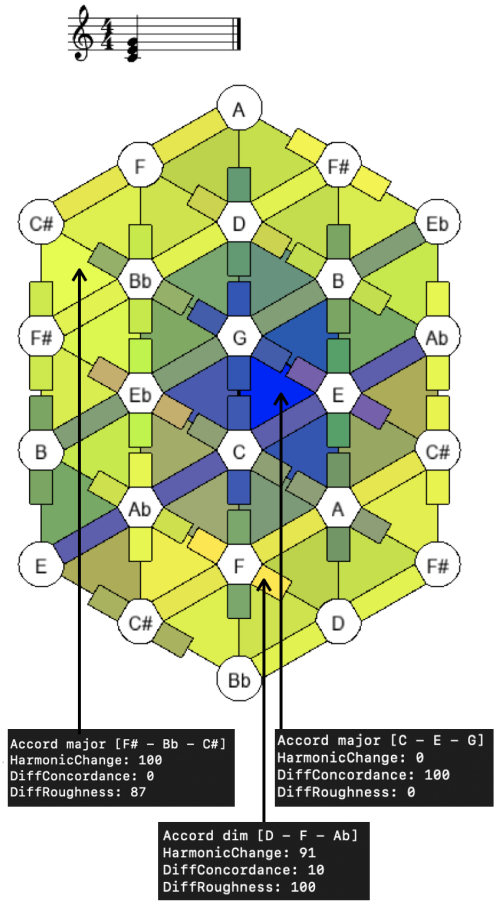

Figure 6. Coloration des enchaînements potentiels à partir l'accord majeur *do-mi-sol*. Spectre à 11 partiels.

La figure 6 montre le profil des transitions potentielles à partir de l'accord de *Do* majeur. La transition identité qu'est la répétition maximise la concordance différentielle en minimisant les deux autres descripteurs. L'accord de *Fa*♯ majeur, très éloigné tonalement de *Do* majeur, maximise le descripteur de distinction, tandis que l'accord diminué *ré-fa-la*b, interprété dans la tonalité de *do* majeur comme le deuxième degré de l'emprunt à la tonalité homonyme *do* mineur, maximise le descripteur d'opposition, à savoir la rugosité différentielle.

5. PROFILS DES RÉSOLUTIONS CADENTIELLES

Examinons maintenant des enchaînements harmoniques cadentiels, de plus de deux accords. À chaque nouvel accord, le potentiel de transition se réactualise, en fonction non seulement du dernier accord joué, mais également des accords précédents, stockés dans la mémoire. Nous nous penchons par deux exemples sur la transition finale d'enchaînements cadentiels, dont la résolution régulière attendue est le retour vers le premier degré. L'objectif est de caractériser acoustiquement ces résolutions régulières.

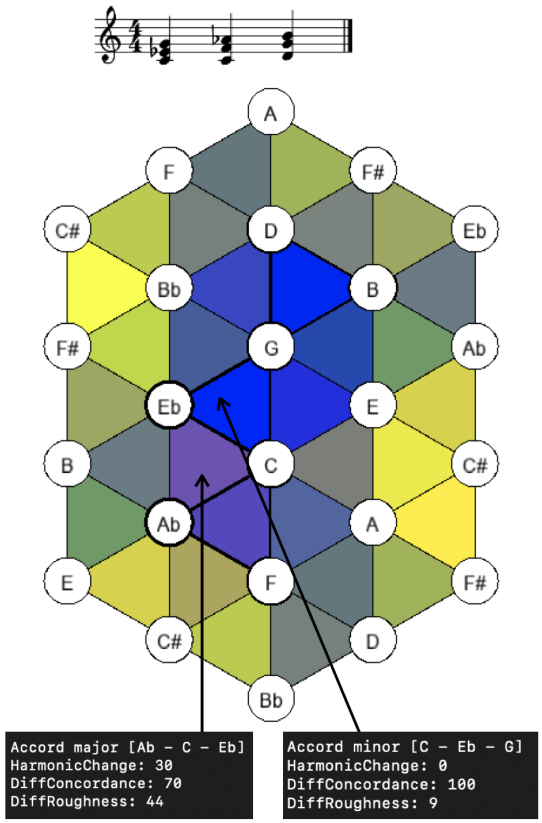

Figure 7. Profil de résolution d'une cadence mineure. Spectre à 11 partiels.

5.1. Cadence mineure

Commençons par une cadence en *do* mineur, qui part du premier degré, passe par la sous-dominante, pour aboutir à la dominante, comme sur la figure 7. Les accords considérés étant des ensembles de hauteurs, la notion de renversement n'est pas pertinente. La figure 7 montre la carte de transitions, ou profil des résolutions potentielles dans l'espace des accords majeurs et mineurs. Dans un souci de lisibilité, étant donné qu'ils n'interviennent pas dans l'enchaînement, nous ne représentons pas les autres types d'accords. Les transitions sont donc normalisées sur les accords majeurs et mineurs.

La résolution régulière vers le premier degré *Do* mineur se distingue des autres en ce qu'elle maximise le descripteur d'identité (concordance différentielle) et minimise le descripteur de distinction (changement harmonique). De plus, sa rugosité différentielle est la plus faible, après la répétition de la dominante.

De plus, la cadence rompue avec résolution sur le VIe degré *La*b majeur se distingue des autres résolutions par sa couleur violette, caractéristique d'une rugosité différentielle importante, en même temps qu'une concordance différentielle élevée.

Il paraît légitime de se demander dans quelle mesure les résultats précédents étaient prévisibles à partir de la seule considération des hauteurs fondamentales, notées sur la partition. La figure 8 vient y répondre : la considération

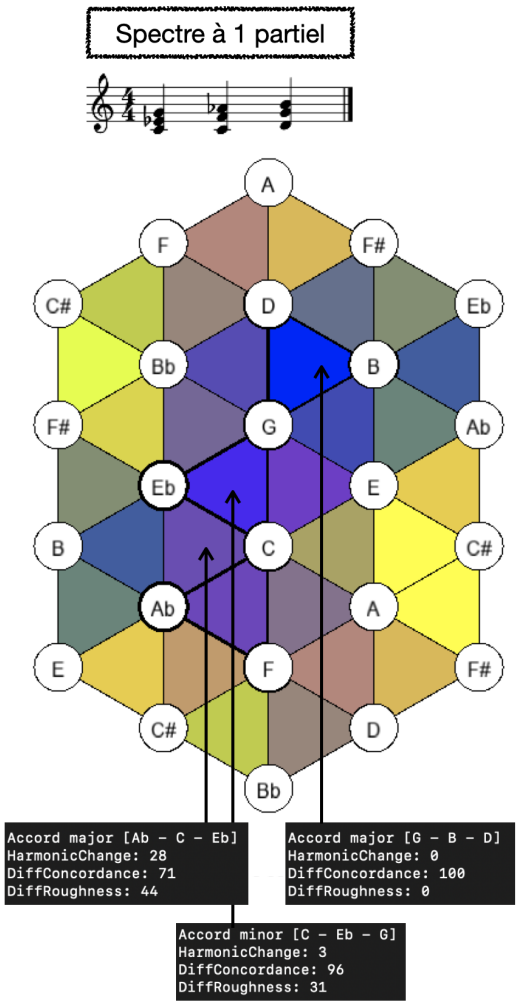

Figure 8. Profil de résolution d'une cadence mineure. Spectre à 1 partiel.

des hauteurs fondamentales ne suffit pas. Cette fois, les spectres utilisés n'ont qu'un seul partiel. Les descripteurs peuvent alors être approchés par des calculs à la main directement sur la partition, puisque les seuls partiels (démultipliés sur les octaves) présents sur le spectre correspondent aux hauteurs notées. En réduisant le spectre à un unique partiel, l'allure de la « carte de résolution » de la cadence diffère. La transition maximisant la concordance différentielle n'est plus la résolution régulière vers le premier degré, mais la répétition de la dominante. La résolution vers le premier degré a une forte concordance différentielle, mais aussi une rugosité différentielle relativement importante, ce qui n'était pas le cas avec un spectre plus riche. De plus, la résolution vers le VIe degré ne se démarque plus de celles qui l'entourent, la résolution sur la tierce picarde (*Do* majeur) ou le retour à la sous-dominante ayant une couleur proche. Les caractérisations acoustiques des résolutions vers les premier et sixième degrés dans le cas de spectres complexes est donc loin d'être triviale.

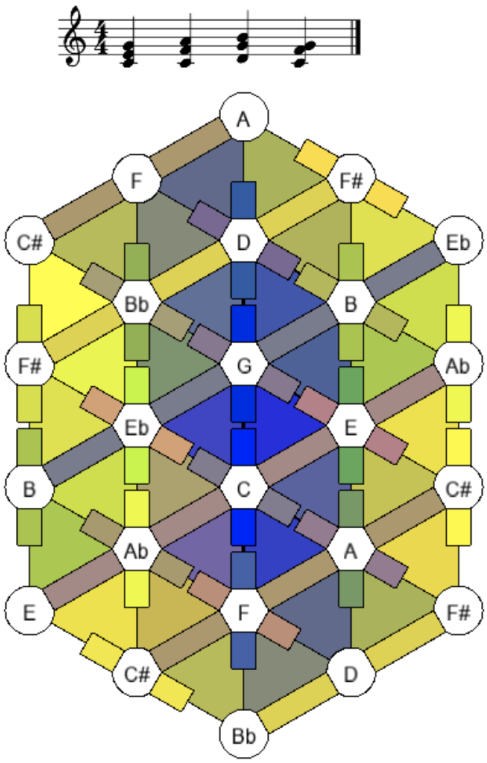

Figure 9. Profil de résolution d'une cadence majeure avec suspension de la tierce. Spectre à 11 partiels.

5.2. Cadence majeure avec suspension de la tierce

Examinons maintenant une cadence en *do* majeur où la dominante se résout sur l'accord de tonique avec suspension de la tierce *do-fa-sol*, comme sur la figure 9. La transition attendue est alors la résolution de la tierce par mouvement conjoint du *fa* vers le *mi*. La figure 9 montre la carte de résolution de cette cadence.

Parmi toutes les transitions possibles vers les accords majeurs ou mineurs, la transition régulière vers l'accord de *Do* M maximise les descripteurs de distinction et d'opposition (changement harmonique et rugosité différentielle).

6. DISCUSSION

L'approche adoptée dans ce travail est originale en ce qu'elle combine objets acoustiques (spectres) et objets formels (ensembles de hauteurs). De par la nature abstraite des objets étudiés, il convient de rester prudent quant aux généralisations des résultats aux sons réels. La prise en compte de la disposition des accords, du renversement, des doublures, donne en effet accès à un espace harmonique d'une complexité bien plus grande que les classes d'accords du Tonnetz. En outre, les résultats obtenus sur les enchaînement cadentiels sont tributaires des paramètres employés, à savoir les paramètres de spectre (nombre de partiels, largeur des partiels, décroissance) et de mémoire (longueur de la mémoire, coefficient d'oubli).

Ce travail ouvre une brèche dans un champ encore peu

étudié, et il offre plus de perspectives qu'il ne donne de réponses. Voici quelques unes des perspectives méritant des développements ultérieurs.

6.1. Évaluation de la mémoire et dépendance aux paramètres

Les paramètres de spectre ont été fixés en s'inspirant de sons d'orgue réels. Ces choix restent cependant arbitraires, et leur influence sur les profils de résolution de cadences mériterait d'être étudiée. Une augmentation du nombre de partiels a pour effet d'augmenter le nombre d'interactions spectrales et de complexifier le comportement des transitions. De plus, il est possible de sortir du tempérament égal, à partir duquel ont été obtenus les profils de résolutions précédents. Le choix du tempérament a d'autant plus d'influence sur les profils de résolution que la largeur des partiels est petite. Le modèle de mémoire mériterait d'être évalué sur des situations musicales plus simples, afin de pouvoir isoler sa contribution, et expliciter l'influence du coefficient d'oubli.

6.2. Suivi des transitions

Une coloration du Tonnetz comme celles données dans les figures précédentes constitue une carte des transitions potentielles à un instant donné d'un enchaînement d'accords. À l'instant d'après, un choix est réalisé parmi toutes les transitions potentielles, qui peut ou non privilégier tel descripteur dynamique. Ce choix réactualise la carte des transitions potentielles. Il peut alors être intéressant de suivre l'évolution des descripteurs dynamiques sur toutes les transitions d'un enchaînement, plutôt que de se focaliser uniquement sur la résolution. Cette vision diachronique devrait en outre permettre de relier avec plus de finesse les descripteurs dynamiques à l'évolution du matériau musical. En étendant l'échelle temporelle des séquences d'accords, elle peut notamment avoir des applications en analyse musicale.

6.3. Intégration des aspects rythmiques et métriques

La mémoire à court terme agit ici par intégration temporelle à un instant donné des éléments précédemment entendus. D'un point de vue cognitif, le modèle utilisé est rudimentaire, étant donné que la mémoire n'y est limitée que par le nombre d'accords, sans considérations sur leur durée respective. Or, dès lors qu'on chercherait à généraliser la méthode à des enchaînements avec un rythme et une métrique donnés, il paraîtrait raisonnable d'intégrer ces aspects temporels au modèle de mémoire. En effet, il serait souhaitable qu'un accord joué précédemment prenne d'autant plus de place dans la mémoire qu'il dure longtemps, et que son attaque soit située sur un temps fort. De cette manière, l'impact cognitif d'un accord dans la mémoire ne serait fonction plus seulement du nombre d'évènements s'étant déroulés depuis, mais aussi de sa durée et sa position métrique. Un tel modèle permettrait en outre de se rapprocher de la réalité perceptive.

Le modèle de Jensen [16], que nous avons volontairement simplifié pour s'adapter aux objets hors temps considérés ici, intègre l'aspect rythmique, mais pas la métrique. Une autre possibilité, à moindres frais, pour intégrer le rythme, serait d'échantillonner les accords avec un pas qui serait un dénominateur commun de toutes les durées considérées. Un accord long serait alors équivalent à un accord court répété un certain nombre de fois.

6.4. Intégration de la dimension statique

Nous avons caractérisé les transitions au sein d'un enchaînement harmonique par les interactions spectrales successives entre le contenu de la mémoire et le nouvel accord. Au moins deux autres approches sont envisageables.

La première consiste à étudier les interactions successives entre deux contenus de mémoire, la mémoire au temps t et la mémoire au temps $t+1$. Les deux mémoires seraient alors en partie redondantes.

La seconde approche consiste à combiner la considération des interactions spectrales successives avec la considération des interactions spectrales statiques de l'accord d'arrivée. En effet, il est possible d'introduire la notion de descripteur harmonique statique, qui englobe alors des modèles comme la rugosité [23] ou l'harmonicité [21]. Comme pour les descripteurs dynamiques, l'usage de spectres de Shepard permet de calculer ces modèles statiques sur les ensembles de hauteurs, et de représenter leurs valeurs sur le Tonnetz. Les modalités d'une approche mixte combinant les descripteurs harmoniques statiques et dynamiques mériteraient d'être développées du point de vue cognitif, ce qui représente un travail théorique conséquent. Des études expérimentales visant à comprendre comment s'articulent les dimensions statiques et dynamiques de l'harmonie dans la perception seraient les bienvenues.

7. CONCLUSION

Sur les deux exemples de cadences traités, nous avons caractérisé acoustiquement la résolution régulière vers le premier degré, par le biais des interactions spectrales successives entre l'accord d'arrivée et le contenu de la mémoire. Parmi les résolutions vers les accords majeurs et mineurs, la résolution vers le premier degré maximise la concordance différentielle et minimise le changement harmonique ainsi que la rugosité différentielle. L'interprétation de ces trois descripteurs en termes d'identité, de distinction et d'opposition permet d'envisager la résolution régulière vers le premier degré comme la transition vers ce qui est le plus identique et le plus en accord avec la mémoire. La cadence rompue avec résolution sur VIe degré, dans le premier exemple, se distingue par sa rugosité différentielle et sa concordance différentielle simultanément élevées. La cadence rompue, laquelle crée de la surprise sans pour autant moduler, peut être interprétée, vis-à-vis de la mémoire, comme la transition vers un accord qui lui est relativement identique tout en créant avec elle une opposition.

8. REFERENCES

[1] Bigo, L. *Représentations symboliques musicales et calcul spatial*. thèse de doctorat, Université Paris Est, 2013

[2] Chan, P. Dong, M. et Li, H. "The Science of Harmony : A Psychophysical Basis for Perceptual Tensions and Resolutions in Music", *Journal Research*, 2019.

[3] Chouvel, J-M. *Esquisses pour une pensée musicale. Les métamorphoses d'Orphée*. L'Harmattan, Paris, 1998.

[4] Chouvel, J.M. Bresson, J. et Agon, C. "L'analyse musicale différentielle : principes, représentation et application à l'analyse de l'interprétation", *Proceedings of the EMS conference*, 2007.

[5] Cohn, R. "Introduction to neo-riemannian theory : a survey and a historical perspective", *Journal of Music Theory*, 1998

[6] Cuthbert, M. et Ariza, C. "Music21 : A toolkit for computer-aided musicology and symbolic music data", *International Society for Music Information Retrieval*, 2010

[7] Dahlhaus, C. *La tonalité harmonique : étude des origines [Untersuchungen über die Entstehung der harmonischen Tonalität]*. Editions Mardaga, Liège, 1967, 2/1993.

[8] Deutsch, D. Dooley, K. et Henthorn, T. "Pitch circularity from tones comprising full harmonic series", *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol.124, 2008.

[9] Euler, L. *Tentamen novae theoriae musicae ex certissimis harmoniae principiis dilucide expositae*. Academiae scientiarum Petropolitanae, 1739.

[10] Forte, A. *The Structure of Atonal Music*. Yale university press, 1973.

[11] Friedman, R. Kowalewski, D. Vuvan, D. et Neill, W. "Consonance preferences within an unconventional tuning system", *Music Perception : An Interdisciplinary Journal*, University of California Press, vol.38, 2021.

[12] Hainsworth, S. Macleod, M.D. "Onset detection in musical audio signals", *ICMC*, 2003.

[13] Harrison, E. et Pearce, M. "Simultaneous consonance in music perception and composition", *Psychological Review*, vol.127, 2020.

[14] Helmholtz, H. von *Théorie physiologique de la musique [Die Lehre von den Tonempfindungen als physiologische Grundlage für die Theorie der Musik]*. Braunschweig, 1863.

[15] Huron, D. "Interval-class content in equally tempered pitch-class sets : Common scales exhibit optimum tonal consonance", *Music Perception*, vol.11, University of California Press, 1994.

[16] Jensen, K. et Hjortkjær, J. "An Improved dissonance measure based on auditory memory", *Journal of the Audio Engineering Society*, vol.60, 2012.

[17] Kuusi, T. "Comparing nontraditional tetrachords and pentachords : Both set-class and chord voicing guide evaluations", *Journal of New Music Research*, vol.39, Taylor & Francis, 2010.

[18] Meeùs, N. "Transitivité, rection, fonctions tonales. Une approche cognitive de la tonalité", *Journal d'analyse musicale*, vol.26, 1992.

[19] Meeùs, N. "Vecteurs harmoniques", *Musurgia*, 2003.

[20] Milne, A. Laney, R. et Sharp, D. "Testing a spectral model of tonal affinity with microtonal melodies and inharmonic spectra", *Musicae Scientiae*, vol.20, 2016.

[21] Parncutt, R. *Harmony : A Psychoacoustical Approach*. Springer Science & Business Media, Berlin, Heidelberg, 1989.

[22] Parncutt, R. "Pitch properties of chords of octave-spaced tones", *Contemporary Music Review*, Taylor & Francis, vol.9, 1993.

[23] Plomp, R. et Levelt, W. J. M. "Tonal Consonance and Critical Bandwidth", *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol.38, 1965.

[24] Rogers, S. *The influence of sensory and cognitive consonance/dissonance on musical signal processing*. thèse de doctorat, McGill University, Montreal, Canada, 2010.

[25] Sadaï, Y. *Harmony in its Systemic and Phenomenological Aspects*. Yanetz, Jerusalem, 1980.

[26] Schoenberg, A. *Structural Functions of Harmony*. WW Norton & Company, Londres, 1954, 2/1969.

[27] Sethares, W.A. *Tuning, timbre, spectrum, scale*. Springer, Heidelberg, 1999.

[28] Shepard, R.N. "Circularity in judgments of relative pitch", *The Journal of the Acoustical Society of Americ*, vol.36, 1964.

[29] Terhardt, E. Stoll, G. et Seewann, M. "Algorithm for extraction of pitch and pitch salience from complex tonal signals", *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol.7, 1982.